

Ajánlott irodalom

- [1] Gyurkovics É. *Optimális Irányítások*, 2011, www.tankonyvtar.math.bme.hu
- [2] A.C. Antoulas. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*, Rice University, Houston, Texas, 2005
- [3] K. Zhou, J.C. Doyle, K. Glover. *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996
- [4] J. Macki, A. Strauss. *Introduction to optimal control theory*. Springer, New York, 1982.
- [5] E. D. Sontag. *Mathematical Control Theory*. Springer, New York, 1998.
- [6] N. N. Krasovskii. *Stability of Motion. Applications of Lyapunov's Second Method to Differential Systems and Equations with Delay*. Stanford University Press, California, 1963

Vizsgatételek

I. Lineáris rendszerek külső és belső leírása, a leírások közötti kapcsolat.

Külső leírás, kauzalitás, idő-invariancia, konvolúció operátor, időben folytonos és diszkrét rendszerek, Markov paraméterek, impulzus válasz, átviteli függvény, belső leírás, belső \Rightarrow külső kapcsolat, állapot transzformáció (lineáris ekvivalencia). *Irodalom:* [2, 59-67. oldalak].

Realizációs feladat (külső \Rightarrow belső kapcsolat), minimális realizáció, Hankel mátrix, a realizálhatósággal ekvivalens három feltétel, a Hankel mátrix faktorizációja, Silverman realizációs algoritmus, a minimális realizációval kapcsolatos tételek. *Irodalom:* [2, 88-93. oldalak].

II. Elérhetőség, irányíthatóság, rekonstruálhatóság, megfigyelhetőség.

Elérhetőség diszkrét és folytonos esetben, elérhetőségi kanonikus dekompozíció, az elérhetőséggel ekvivalens négy feltétel, stabilizálhatóság, irányíthatóság, az irányíthatósági és az elérhetőségi alterek kapcsolata, megfigyelhetőség, megfigyelhetőségi mátrix, nem megfigyelhetőségi altér, A-invariancia, bázisfüggetlenség, véges megfigyelhetőségi Gram mátrix. *Irodalom:* [2, 69-74. oldalak].

Rekonstruálhatóság, nem rekonstruálhatósági altér, ennek kapcsolata a nem megfigyelhetőségi altérrel, megfigyelhetőségi kanonikus dekompozíció, Kalman-féle elérhetőségi-megfigyelhetőségi kanonikus dekompozíció, detektálhatóság, a megfigyelhetőséggel ekvivalens négy feltétel, a dualitás elve. *Irodalom:* [2, 74-78. oldalak].

III. Szabályozótervezés: pólusát helyezés, megfigyelő, LQ.

Pólusát helyezés folytonos idejű rendszerek esetén, irányíthatóság és állapot-visszacsatolás kapcsolata, a pólusát helyezési feladat és megoldhatósága. *Irodalom:* [3, 58-65. oldalak], [1, 2.5. fejezet].

Állapot-megfigyelők, megfigyelő létezésének feltétele, megfigyelő alapú szabályozások, szeparációs elv. *Irodalom:* [3, 3.5. fejezet], [1, 2.6.-2.7. fejezetek].

Lineáris kvadratikus feladatok végtelen intervallumon (A lemmák bizonyítása nélkül). *Irodalom:* [1, 5.3. fejezet].

IV. Dinamikus programozás.

Dinamikus programozási feladat, optimalitási elv, DP véges rendszerekre. DP általános rendszerekre, feladat és tulajdonságai, verifikációs elv, a HJB egyenlet, az optimalitás szükséges feltétele. Az optimalitás elégséges feltétele. *Irodalom:* [1, 119-133. oldalak].

Stabilitás és optimalitás kapcsolata. *Irodalom:* [1, 5.2. fejezet].

V. Lineáris kvadratikus (LQ) feladatok folytonos rendszerek esetén.

Input-affin rendszerek. *Irodalom:* [1, 4.4. Megjegyzés]. Lineáris kvadratikus (LQ) feladat folytonos LTV rendszerek esetén, HJB egyenlet, mátrix Riccati differenciálegyenlet. *Irodalom:* [1, 135-137. oldalak].

Referenciajel és zavarás figyelembevétele. *Irodalom:* [5, 371-374. oldalak].

Lineáris kvadratikus feladatok végtelen intervallumon (bizonyítással). *Irodalom:* [1, 5.3. fejezet].

VI. Ljapunov és Persidskij tételei.

Nemlineáris folytonos idejű rendszerek, feltételezések, Ljapunov függvény. Stabilitás fogalmak (Ljapunov stabilitás, a kezdeti időpontban egyenletes stabilitás, (globális) aszimptotikus stabilitás, a kezdeti időpontban és/vagy a kezdőállapotban egyenletes aszimptotikus stabilitás, exponenciális stabilitás), Ljapunov és Persidskij tételei. *Irodalom:* [6, Lyapunov tétele a 8-9. oldalakon, Persidskij tétele a 45. oldalon, tétel a 48. oldalon, 9.1. tétel a 48. oldalon, 10.1. lemma az 54. oldalon, 10.1. tétel az 55. oldalon, 10.2. tétel az 56. oldalon, 10.3. tétel az 56. oldalon, Persidskij tétele az 59. oldalon, 11.1. tétel a 60. oldalon¹.], [1, 5.1. lemma $Q > 0$ és $Q \geq 0$ esetén].

Stabilitás és optimalitás kapcsolata. *Irodalom:* [1, 5.2. fejezet].

Előadásvázlat

1.ea. Rendszerelméleti bevezető, állapotterez leírás, a megoldás alakja, irányíthatóság.

2.ea. Külső leírás, kauzalitás, idő-invariancia, konvolúció operátor, időben folytonos és diszkrét rendszerek, Markov paraméterek, impulzus válasz, átviteli függvény, belső leírás, belső \Rightarrow külső kapcsolat, állapot transzformáció (lineáris ekvivalencia). *Irodalom:* [2, 59-67. oldalak]. *Vizsgatétel: I.*

Elérhetőség, elérhetőségi altér és mátrix, A-invariancia, bázisfüggetlenség, véges elérhetőségi Gram mátrix. *Irodalom:* [2, 67-69. oldalak]. *Vizsgatétel: II.*

3.ea. Elérhetőség diszkrét és folytonos esetben, elérhetőségi kanonikus dekompozíció, az elérhetőséggel ekvivalens négy feltétel, stabilizálhatóság, irányíthatóság, az irányíthatósági és az elérhetőségi alterek kapcsolata, megfigyelhetőség, megfigyelhetőségi mátrix, nem megfigyelhetőségi altér, A-invariancia, bázisfüggetlenség, véges megfigyelhetőségi Gram mátrix. *Irodalom:* [2, 69-74. oldalak]. *Vizsgatétel: II.*

4.ea. Rekonstruálhatóság, nem rekonstruálhatósági altér, ennek kapcsolata a nem megfigyelhetőségi altérrel, megfigyelhetőségi kanonikus dekompozíció, Kalman-féle elérhetőségi-megfigyelhetőségi kanonikus dekompozíció, detektálhatóság, a megfigyelhetőséggel ekvivalens négy feltétel, a dualitás elve. *Irodalom:* [2, 74-78. oldalak]. *Vizsgatétel: II.*

Realizációs feladat (külső \Rightarrow belső kapcsolat), minimális realizáció, Hankel mátrix, a realizálhatósággal ekvivalens három feltétel, a Hankel mátrix faktorizációja, Silverman realizációs algoritmus, a minimális realizációval kapcsolatos tételek. *Irodalom:* [2, 88-93. oldalak]. *Vizsgatétel: I.*

5.ea. Pólusáthelyezés folytonos idejű rendszerek esetén, irányíthatóság és állapot-visszacsatolás kapcsolata, a pólusáthelyezési feladat és megoldhatósága. *Irodalom:* [3, 58-65. oldalak], [1, 2.5. fejezet]. *Vizsgatétel: III.*

Állapot-megfigyelők, megfigyelő létezésének feltétele, megfigyelő alapú szabályozások, szeparációs elv. *Irodalom:* [3, 3.5. fejezet], [1, 2.6.-2.7. fejezetek]. *Vizsgatétel: III.*

6.ea. Kiegészítés az 5. ea.-hoz, állapot-visszacsatolás és az átviteli függvény számlálója közötti kapcsolat. Statikus optimalizálás. *Irodalom:* [1, 1.3. fejezet].

Optimális irányítási feladat, előfeltételek, egzisztencia tételek, Pontrjagin-féle maximumelv (feladat). *Irodalom:* [1, 87-96. oldalak].

¹Bizonyítás nem kell azoknál a tételeknél, ahol a nulla megoldás stabilitását feltételezve a Ljapunov függvények létezését mutatjuk meg (converse theorems).

7.ea. Pontrjagin-féle maximumelv, linearizálás, adjungált rendszer, Hamilton függvény, tétel: maximumelv. *Irodalom:* [1, 96-99. oldalak], [4, V.2. fejezet].

A maximumelv egyszerű levezetése a statikus optimalizálás mintájára.

Példa: rakéta irányítása. *Irodalom:* [4, I.5., IV.6., V.3. fejezetek].

8.ea. A maximumelv alkalmazása *Irodalom:* [1, 3.9. Megjegyzés], transzverzálitási feltétel. *Irodalom:* [1, 3. fejezet].

Dinamikus programozási feladat, optimalitási elv, DP véges rendszerekre. *Irodalom:* [1, 119-124. oldalak]. *Vizsgatétel:* **IV.**

Példa: energia optimális járműirányítás.

9.ea. Dinamikus programozás általános rendszerekre, feladat és tulajdonságai, verifikációs elv, a HJB egyenlet, az optimalitás szükséges feltétele. *Irodalom:* [1, 124-130. oldalak]. *Vizsgatétel:* **IV.**

10.ea. Az optimalitás elégséges feltétele. *Irodalom:* [1, 130-133. oldalak]. *Vizsgatétel:* **IV.**

Speciális eset: input-affin rendszerek. *Irodalom:* [1, 4.4. Megjegyzés]. *Vizsgatétel:* **V.**

Lineáris kvadratikus (LQ) feladat folytonos LTV rendszerek esetén, HJB egyenlet, mátrix Riccati differenciálegyenlet. *Irodalom:* [1, 135-137. oldalak]. *Vizsgatétel:* **V.**

Referenciajel és zavarás figyelembevétele. *Irodalom:* [5, 371-374. oldalak]. *Vizsgatétel:* **V.**

11.ea. Ljapunov tételek. Nemlineáris folytonos idejű rendszerek, feltételezések, Ljapunov függvény. Stabilitás fogalmak (Ljapunov stabilitás, a kezdeti időpontban egyenletes stabilitás, (globális) aszimptotikus stabilitás, a kezdeti időpontban és/vagy a kezdőállapotban egyenletes aszimptotikus stabilitás, exponenciális stabilitás), Ljapunov és Persidskij tételei általános időfüggő nemlineáris rendszerek esetén. *Irodalom:* [6, p. 1-63²]. *Vizsgatétel:* **VI.**

12.ea. Ljapunov és Persidskij tételei LTV és LTI rendszerek esetén. *Irodalom:* [6, p. 1-63³], [1, 5.1. lemma $Q > 0$ és $Q \geq 0$ esetén]. *Vizsgatétel:* **VI.**

Indirekt stabilitás vizsgálat a nemlineáris rendszer linearizálásával időinvariáns rendszerek esetén, LaSalle invariancia tétele.

13.ea. Stabilitás és optimalitás kapcsolata. *Irodalom:* [1, 5.2. fejezet]. *Vizsgatételek:* **IV., VI.**

Lineáris kvadratikus feladatok végtelen intervallumon. *Irodalom:* [1, 5.3. fejezet]. *Vizsgatételek:* **III., V.**

2016. december 2.
Rödönyi Gábor

²Pontosabban: Lyapunov tétele a 8-9. oldalakon, Persidskii tétele a 45. oldalon, tétel a 48. oldalon, 9.1. tétel a 48. oldalon, 10.1. lemma az 54. oldalon, 10.1. tétel az 55. oldalon, 10.2. tétel az 56. oldalon. Bizonyítás nem kell azoknál a tételeknél, ahol a nulla megoldás stabilitását feltételezve a Ljapunov függvények létezését mutatjuk meg (converse theorems).

³Pontosabban: 10.3. tétel az 56. oldalon, Persidskii tétele az 59. oldalon, 11.1. tétel a 60. oldalon. Bizonyítás nem kell azoknál a tételeknél, ahol a nulla megoldás stabilitását feltételezve a Ljapunov függvények létezését mutatjuk meg (converse theorems).