

Név:

Neptun kód:

Differenciálegyenletek és alkalmazásai 1. zh.

1.feladat: Adjuk meg az alábbi autonóm rendszer azon pályagörbéjét, amely átmegy a (2, 2) ponton! (Hozzuk ezt a görbét a legegyszerűbb alakra!)

$$\dot{x} = y(x^2 - 1)$$

$$\dot{y} = x(y^2 - 1)$$

2. feladat: Határozzuk meg annak az (x, y) -síkbeli origón átmenő görbének az egyenletét, amelynek az (x, y) pontjához tartozó érintőjének meredeksége $x^2 + y$.

3. feladat: Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y'' - y = e^x + x$$

4. feladat: Adjuk meg az alábbi rendszer alapmátrixát! Ennek segítségével oldjuk meg a differenciálegyenlet-rendszert! (A megoldást csak Hermite-féle interpolációs polinom segítségével fogadjuk el.)

$$\dot{x} = Ax, \text{ ahol } A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5.feladat: Vizsgáljuk a megadott autonóm differenciálegyenlet egyensúlyi helyzeteit a stabilitás szempontjából! Rajzoljunk is le néhány jellegzetes integrálgörbét! Mely egyenesre esnek az inflexiós pontok?

$$y' = y^3 + y^2 - y - 1$$

6*.feladat: Oldjuk meg az alábbi kezdeti érték problémát! (Zárt alakú megoldást kérünk!)

$$y' - 2xy = y^3 \quad y(0) = 0$$

Kidolgozási idő: 90 perc

Pontozás: 5x4 pont (A *-os feladat jó megoldására jár +3 pont, ha az 1-5 feladatra legalább 16 pontot kapott.)