

10. hét Gyakorlat (6 óra)

Taylor polinom a Lagrange féle maradéktaggal

1. feladat: Írjuk fel azt a legalacsonyabb fokú polinomot, amelynek grafikonja a megadott pontban megadott rendben érinti az adott függvényt!

a) $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x_0 = 0$ harmad rendben

b) $f(x) = \sin x$, $x_0 = 0$ harmad rendben

c) $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$ n -ed rendben

2. feladat: Írjuk fel az alábbi függvény a megadott pontbeli megadott fokú Taylor-polinomját!

a) $f(x) = \ln(1+x)$, $x_0 = 0$ T_n

b) $f(x) = \cos x$, $x_0 = 0$ T_{2n}

3. feladat: Állapítsuk meg, hogy a megadott intervallumon mekkora hibával közelíti a megadott fokszámú Taylor-polinom az adott függvényt!

a) $f(x) = \sin x$ $|x| \leq \frac{1}{2}$

b) $f(x) = \cos x$ $|x| \leq \frac{1}{2}$

c) $f(x) = e^x$ $|x| \leq \frac{1}{5}$

Primitív függvény keresés

1. feladat: Határozzuk meg az alábbi függvények primitív függvényét!

a) alapintegrálokra visszavezethető (Pl. polinom, polinom racionális törtfüggvénye, gyökfüggvény.)

$$f(x) = x + 1/x, f(x) = \sqrt{x} + 2x, f(x) = \frac{x^2+3x+1}{x+2}, f(x) = \frac{3}{2x^2+2}, f(x) = \frac{x-1}{x+1},$$

$$f(x) = \cos^2 x, f(x) = \sin^2 x.$$

b) $f'(x)f^n(x)$ típus. Pl.

$$f(x) = \frac{7x^2}{\sqrt{5-4x^3}}, f(x) = \sin x \cos^2 x, f(x) = \frac{\ln^3 x}{x}$$

c) $\frac{f'(x)}{f(x)}$ típus. Pl.

$$f(x) = \frac{6x^2+2}{2x^3+2x}, f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{3x+2}}, f(x) = \operatorname{ctg} x$$

d) $f(g(x)) g'(x)$ típus. Pl.

$$f(x) = x \sin x^2, f(x) = x e^{x^2}$$

Primitív függvény kiszámítása (Parciális integrálás elve)

1. feladat: Határozzuk meg az alábbi függvények primitív függvényét!

a) $f(x) = x \sin x, f(x) = x e^x, f(x) = x^2 \sin 2x, f(x) = x^2 \ln x, f(x) = \ln x$

Primitív függvény kiszámítása (Helyettesítéssel integrálás elve)

1. feladat: Határozzuk meg az alábbi függvények primitív függvényét!

a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+6x}}, f(x) = \frac{1}{x^2+10x+29}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x}}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+2x-x^2}}.$

b) $f(x) = \frac{7x-14}{x^2-x-12}, f(x) = \frac{3x-5}{x^2+2x+1}, f(x) = \frac{1}{x(x^2+1)}, f(x) = \frac{x^2}{x^4-1}.$

c) $f(x) = \frac{1}{\sin x}, f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg} x + \sin x}.$

d) $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x+1}, f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}, f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1+x}}, f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}.$