2. hét: Lineáris leképezés, skalárinvariánsok, vektorinvariáns.

1. feladat: Döntsük el, hogy az alábbi A leképezések lineárisak-e, és ha igen, írjuk fel az A mátrixát! ($r = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$)
(a) $A(r) = (3x, 2y, 5z)$,
(b) $A(r) = (3x + 1, 2z, 2x + y)$,
(c) $A(r) = (2y + x, x + y + z, 3x - 4z)$

2. feladat: Írjuk fel az alábbi A lineáris leképezések mátrixát a természetes bázisban!
(a) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ az x-tengelyre való tükrözés;
(b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ az y-tengelyre való tükrözés;
(c) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ az $y = x$ egyenesre való tükrözés;
(d) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ az origó körüli α ($\alpha > 0$)-szögű elforgatás;
(e) $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ az a leképezés, amely adott e ($|e| = 1$) vektor irányában, adott λ arányban nyújt,
(f)) $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ az $e \cdot r = 0$ síkra való tükrözés, ahol $|e| = 1$.
(g) $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ az x-tengely körüli α ($\alpha > 0$) szögű elforgatás;
(h) $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ az y-tengely körüli α ($\alpha > 0$)) szögű elforgatás;
(i) $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a z-tengely körüli α ($\alpha > 0$) szögű elforgatás.

3. feladat: Adjuk meg az $A : \mathbb{R}^3 : \to \mathbb{R}^3$ lineáris leképezés szimmetrikus és antiszimmetrikus részének mátrixát, első második és harmadik skalárinvariánsát, ill. vektorinvariánsát, ha az A a z-tengely körüli 30 fokos elforgatás!

4. feladat: Igazoljuk, hogy ha v az $A : \mathbb{R}^3 : \to \mathbb{R}^3$ antiszimmetrikus lineáris leképezés vektorinvariánsa, akkor $A(v) = 0$ teljesül!

5. feladat: Mutassuk meg, hogy egy szimmetrikus lineáris leképezés vektorinvariánsa nullvektor!