# 3. hét: Deriválttenzor, divergencia, rotáció.

**A feladatok az alábbi példatárból vannak:**

040810_Monostory_Ivan_Matematikai_Peladatar_VI._Kotet.pdf

**1. feladat**: Számítsuk ki az alábbi vektormezők deriválttenzorát, divergenciáját és rotációját!
(a) $v(r) = a\ x\ r$ adott $a \in \mathbb{R}^3$-ra.
(b) 165.
(c) 167.
(d) 171.

**2. feladat**: Mutassuk meg, ha $u : \mathbb{R}^3 :\to \mathbb{R}$, $v : \mathbb{R}^3 :\to \mathbb{R}^3$ kétszer differenciálható skalár-vektor, illetve vektor-vektor függvények, akkor
(a) $\mathrm{div}\ (u \cdot v) = u \cdot \mathrm{div}\ v + v \cdot \mathrm{grad}\ u$,
(b) $\mathrm{rot}\ (u \cdot v) = u \cdot \mathrm{rot}\ v - v\ x\ \mathrm{grad}\ u$,
(c) $\mathrm{rot\ grad}\ u = 0$,
(c) $\mathrm{div\ rot}\ v = 0$. (c-t és d-t szemléltethetjük Nabla szimbolikával is.)
Házi feladat:
(d) $\mathrm{rot\ rot}\ v = \mathrm{grad\ div}\ v - \Delta v$. Itt a $\Delta$ a Laplace operátor. (Nabla szimbolika+kifejtési tétel)

**3. feladat**: Bizonyítsuk be, hogy ha $v : \mathbb{R}^3 :\to \mathbb{R}^3$ differenciálható vektormező, akkor a deriválttenzor mátrixa pontosan akkor szimmetrikus, ha $\mathrm{rot}\ v = 0$ !