

### 3. Házi feladat

**Beadási határidő: máj. 2. 12:00**

1. feladat: Adjuk meg az alábbi kezdeti érték probléma szakaszosan differenciálható megoldását:

$$y' - 2y = f(x), y(0)=0$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \text{ ha } 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ ha } x \geq 1 \end{cases}$$

2.feladat. Adjuk meg az alábbi kezdeti érték probléma megoldását:

$$y'' + y = f(x) \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0, \text{ ahol}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \text{ ha } 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ ha } 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \text{ és } f(x) = f(x+2)$$

3. feladat: Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet:

$$y''(x) - y(x-2) = x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0 \quad \text{és} \quad y(x)=0, \text{ ha } -2 \leq x \leq 0$$

4. feladat: Végezzünk globális vizsgálatot az alábbi differenciálegyenlet rendszeren!

$$\dot{x} = -y - xy^2 - x^3$$

$$\dot{y} = x - y^3 - x^2y$$

5. feladat: Oldjuk meg az alábbi integrálegyenletet:

$$\int_0^t x(\tau)(t-\tau)^2 d\tau = \sin t - t \cos t$$

6\*. feladat: Döntsük el az alábbi differenciálegyenlet rendszer egyensúlyi helyzetének stabilitását! Aszimptotikus stabilitás esetén adjunk meg egy vonzási halmazzt!

$$\dot{x} = y - x + x^2$$

$$\dot{y} = -x$$

(Az 6\*. feladatot nem szükséges beadni.)