

4. hét Gyakorlat (6 óra)

Függvényfogalom (folytatás)

1. feladat: Határozzuk meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és értékkészletét!

a) $f(x) = \sin^2(x + \pi)$ b) $f(x) = \operatorname{tg}(2x + \pi)$ c) $f(x) = \arcsin(2x + 1)$

d) $f(x) = \arccos \frac{1}{x}$ e) $f(x) = \operatorname{arctg}(x + \pi)$ f) $f(x) = \operatorname{Insin}(2x)$

Numerikus sorozatok

1. feladat: Konvergens vagy divergens az alábbi numerikus sorozat? (Indoklás!)

Konvergencia esetén határozzuk meg a határértékét is!

a) $a_n = \frac{1}{n}$ b) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ c) $a_n = n^2$ d) $a_n = \frac{2}{2n+3}$ e) $a_n = \frac{3}{n^2+2n+3}$ f) $a_n = \frac{n+2}{n}$

g) $a_n = \frac{n^2+3n+1}{n^2+2n+2}$ h) $a_n = \frac{n^3-3n+2}{n^2+n+3}$ i) $a_n = \frac{n^2+2n+3}{n^3-2n+2}$ j) $a_n = \frac{p_k}{p_l}$ k -ad, illetve l -ed fokú

polinom hányadosa k) $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n+2}$

2. feladat: Mutassuk meg, hogy egy korlátos és egy nullsorozat szorzata mindig nullsorozat!

3. feladat: Konvergens vagy divergens az alábbi numerikus sorozat? (Indoklás!)

Konvergencia esetén határozzuk meg a határértékét is!

a) $a_n = n \sin n$ b) $a_n = \frac{\sin n}{n}$ c) $a_n = n^2 \cos n$ d) $a_n = (-1)^n \cos n$

4. feladat: Konvergens vagy divergens az alábbi numerikus sorozat? (Indoklás!)

Konvergencia esetén határozzuk meg a határértékét is!

a) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ b) $a_n = \sqrt[n]{2}$ c) $a_n = q^n$ ($q \in \mathbb{R}$) d) $a_n = \sqrt[n]{n}$ e) $a_n = \sqrt[n]{3n+2}$

g) $a_n = \sqrt[n]{2n^2+1}$

5. feladat: Hányadik tagtól közelítik az alábbi konvergens sorozatok $\epsilon = 0.01$ hibával a határértéküket?

a) $a_n = \frac{1}{n}$ b) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ c) $a_n = \frac{2}{2n+3}$ d) $a_n = \frac{3}{n^2+n+3}$ e) $a_n = \frac{2n+1}{n}$

f) $a_n = \frac{n^2+3n+1}{n^2+2n+2}$ g) $a_n = \frac{n^2+2n+3}{n^3-2n+2}$ h) $a_n = \frac{\sqrt{n}}{n+2}$

6. feladat: Konvergens vagy divergens az alábbi numerikus sorozat? (Indoklás!)

Konvergencia esetén határozzuk meg a határértékét is!

$$\text{a) } a_n = \left(1 + \frac{2}{n+1}\right)^n \quad \text{b) } a_n = \left(1 - \frac{4}{n^2+1}\right)^{2n^2+n} \quad \text{c) } a_n = \left(1 + \frac{3}{n^3+n}\right)^{3n^3+2n} \quad (q \in \mathbb{R})$$

7. feladat: Konvergens vagy divergens az alábbi numerikus sorozat? (Indoklás!)

Konvergencia esetén határozzuk meg a határértékét is! (rekurzív sorozatok?)

$$\text{a) } a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n} \quad a_1 = \sqrt{2} \quad \text{b) } a_{n+1} = \frac{1}{4} + a_n^2 \quad a_1 = \frac{1}{4}$$