

## 5. hét Gyakorlat (4 óra)

### Függvény határértéke

**1. feladat:** Határozzuk meg az alábbi függvények megadott pontbeli határértékét! (Ha létezik)

$$\text{a) } \lim_{0} \frac{1}{x} \quad \text{b) } \lim_{\infty} \frac{1}{x} \quad \text{c) } \lim_{\infty} \sin x \quad \text{d) } \lim_{\infty} \sin \frac{1}{x} \quad \text{e) } \lim_{0} \sin \frac{1}{x}$$

**2. feladat:** Határozzuk meg az alábbi függvények megadott pontbeli határértékét! (Ha létezik)

$$\text{a) } \lim_{5} \frac{x^2-25}{x-5} \quad \text{b) } \lim_{a} \frac{x^2-a^2}{x-a} \quad \text{c) } \lim_{1} \frac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x-2} \quad \text{d) } \lim_{1} \frac{x^3+x-2}{x-1} \quad \text{e) } \lim_{1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right)$$

$$\text{f) } \lim_{1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^3-1} \right) \quad \text{g) } \lim_{1} \left( \frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^3-3x+2} \right)$$

**3. feladat:** Határozzuk meg az alábbi függvények megadott pontbeli határértékét! (Ha létezik)

$$\text{a) } \lim_{\infty} \frac{2x^2+1}{3x^2+x+1} \quad \text{b) } \lim_{\infty} \frac{2x^3+1}{x^2+x+1} \quad \text{c) } \lim_{-\infty} \frac{x+1}{3x^2-x+1} \quad \text{d) } \lim_{-\infty} \frac{2x^4+1}{3x^3+x+1}$$

**4. feladat:** Határozzuk meg az alábbi függvények megadott pontbeli határértékét! (Ha létezik)

$$\text{a) } \lim_{0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \quad \text{b) } \lim_{0} \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x} \quad \text{c) } \lim_{0} \frac{5x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} \quad \text{d) } \lim_{5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} \quad \text{e) } \lim_{0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}}$$

$$\text{f) } \lim_{\infty} (\sqrt{1+x} - \sqrt{x}) \quad \text{g) } \lim_{\infty} x(\sqrt{1+x} - \sqrt{x})$$

**5. feladat:** Határozzuk meg az alábbi függvények megadott pontbeli határértékét! (Ha létezik)

$$\text{a) } \lim_{0} \frac{\sin ax}{x} \quad \text{b) } \lim_{0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \quad \text{c) } \lim_{0} \frac{1-\cos x}{x^2} \quad \text{d) } \lim_{0} \frac{\sqrt{\cos x}-1}{x^2} \quad \text{e) } \lim_{0} \sqrt{x} \cos \frac{1}{x}$$