5. hét: Felületi integrál.

<u>1. feladat</u>: Adjuk példát olyan $\Phi: I\ x\ J \to \mathbb{R}^3$ differenciálható leképezésre, amelyre az $\mathcal{R}_\Phi$ a megadott halmaz, azaz adjuk meg az alábbi felületek egy paraméterezését! Ahol szükséges, szemléltessük a felületet! Számítsuk ki a felületi normálist is!

(a) $\mathcal{R}_\Phi = \left\{(x, y, z): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, a, b, c > 0\right\}$,

(b) $\mathcal{R}_\Phi = \{(x, y, z): z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$,

(c) $\mathcal{R}_\Phi$ egy $f: I\ x\ J \to \mathbb{R}$ függvény grafikonja ($f \in C^1$)

<u>2. feladat</u>: Alkalmas vektormező segítségével, Gauss-Osztrogradszij tétel alkalmazásával számítsuk ki az $V = \left\{(x, y, z): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1, a, b, c > 0\right\}$ halmaz térfogatát!

<u>3. feladat</u>: Szemléltessük a Gauss-Osztrogradszij tételt a $v(r) = (2x, 2y, 2z)$ vektormező, illetve a $V = \left\{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\right\}$ halmazt felhasználva!

<u>4. feladat</u>: A Stokes-tétel alkalmazásával számítsuk ki a $v(r) = xz^2 i + zy^2 j + x^2 yk$ vektormezőnek $z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0$ felületet határoló γ görbén vett vonalintegrálját!