8. hét Gyakorlat (6 óra)

Differenciálszámítás geometriai alkalmazása

1. feladat: Differenciálható-e az alábbi függvény? Ha igen, akkor adjuk is meg a deriváltat!

a) $f(x) = \begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$ **b)** $f(x) = \begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$ **c)** $f(x) = \cos\sqrt{x}$

2. feladat: Adjuk meg az alábbi függvény megadott pontbeli érintő egyenesének egyenletét!

a) $f(x) = x^3, x_0 = 1$ **b)** $f(x) = e^{\sqrt{x^2+1}}, x_0 = 1.$

3. feladat: Adjuk meg az alábbi görbék megadott pontbeli érintő egyenesének egyenletét!

a) $x^3 + y^3 - 6xy = 0,\ P(3,3)$ **b)** $y = \sin(x+y),\ P(\pi, 0)$

4. feladat: Határozzuk meg az alábbi görbe azon pontjait, amelyekben a görbe érintője párhuzamos lesz a megadott egyenessel! Írjuk is fel e pontokban az érintő egyenletét!

a) $y = x^3 + 2,\ y = 3x - 1$ **b)** $y = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{x-2}, y = -\frac{1}{2}x + 2$

Lokális szélsőértékprobléma

1. feladat: Határozzuk meg az alábbi függvény lokális szélsőértékhelyeit és ezek minőségét!

a) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ **b)** $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$ **c)** $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$

Bernoulli-L'Hospital szabály

2. feladat: Határozzuk meg az alábbi határértékeket!

a) $\lim_{0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$ **b)** $\lim_{0}\frac{\sin x - x}{\arcsin x - x}$ **c)** $\lim_{0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ **d)** $\lim_{0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\operatorname{tg} x}$

3. feladat: Végezzünk teljes függvényvizsgálatot! (mintapélda)

$$f(x) = x^2e^{-x}$$

Szélsőértékprobléma

1. feladat: R sugarú körbe írt téglalapok közül melyiknek a területe a maximális?

2. feladat: Osszuk fel az l hosszúságú szakaszt két részre, hogy az így nyert részekből alkotott négyzetek területe minimális legyen!

3. feladat: Határozzuk meg az $y = x^2$ parabolának azt a pontját, amely a (2, 0) ponttól a legközelebb van!